

Ad-Soyad:

Numara:

22.12.2023

MAT 201 Lineer Cebir I Kısa Sınav Soruları

Not: Sınav süresi 50 dakikadır. Başarılar dilerim.

1) 
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (1-x)^3(-3-x)$$
 eşitliğini determinant özelliklerini kullanarak gösteriniz.

2) A bir reel kare matris olmak üzere  $\det(AA^t) \geq 0$  olduğunu gösteriniz.

3) 
$$\begin{cases} 3x+2y-z=9 \\ y-z=4 \\ 2x+y+z=2 \end{cases}$$
 lineer denklem sistemini Cramer metodu ile çözünüz.

CEVAPLAR

1) 
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{-R_1+R_2 \\ -R_1+R_3 \\ -xR_1+R_4}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 0 & 0 & x-1 & 1-x \\ 0 & x-1 & 0 & 1-x \\ 0 & 1-x & 1-x & 1-x^2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{1. sütuna} \\ \text{göre} \\ a_4 \\ = 1(-1)^{1+1}}} \begin{vmatrix} 0 & x-1 & 1-x \\ x-1 & 0 & 1-x \\ 1-x & 1-x & 1-x^2 \end{vmatrix}$$

$$= (1-x)^3 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} \xrightarrow{R_2+R_3} (1-x)^2 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2+x \end{vmatrix}$$

$$= (1-x)^3 \cdot \underbrace{(-1)(-1)^{1+2}}_1 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2+x \end{vmatrix} = (1-x)^3 (-3-x)$$

$-2-x-1 = -3-x$

2)  $\det(AA^t) = (\det A)(\det A^t) = (\det A)(\det A) = (\det A)^2 \geq 0$

Soru 3:

$$3x + 2y - z = 9$$

$$y - z = 4$$

$$2x + y + z = 2$$

Cramer metodu ile çözüm

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$$

olduğu için lineer denklem sisteminin tek çözümü var

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{m \times n = 3 \times 3}$$

3 satır ve 3 sütun olduğunda  $m=n=3$  olup bu lineer denklem sistemi Cramer denklem sistemidir.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 9 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{\Delta_1}{|A|} = \frac{4}{4} = 1 \text{ bulunur}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 9 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 8$$

$$\Rightarrow y = \frac{\Delta_2}{|A|} = \frac{8}{4} = 2 \text{ bulunur}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -8$$

$$\Rightarrow z = \frac{\Delta_3}{|A|} = \frac{-8}{4} = -2 \text{ bulunur}$$

#